

## Лабораторная работа № 4

### Определение периода полураспада альфа-радиоактивного изотопа

**Цель работы:** Изучение альфа-распада и определение энергии вылетающей альфа-частицы.

#### Общие сведения об альфа-распаде

#### АЛЬФА-РАДИОАКТИВНЫЙ РАСПАД ЯДЕР

Законы смещения при альфа-распаде:  $\Delta Z = -2$ ;  $\Delta A = -4$ . Он подчиняется также следующим закономерностям:

- $\alpha$ -распад характерен для ядер с  $Z \geq 83$ . Исключение –  $\alpha$ -распад ядра  ${}^8_4\text{Be}$  и некоторых редкоземельных элементов;
- хотя  $\alpha$ -распад происходит по сильному взаимодействию, он протекает с весьма малой вероятностью;
- спектр частиц  $\alpha$ -распада – дискретный;
- для  $\alpha$ -частиц характерна связь между пробегом и постоянной распада материнского ядра вида:  $\lg \lambda = A \lg R_\alpha + B$ , где  $A$  и  $B$  – константы,  $R_\alpha$  – пробег  $\alpha$ -частицы. Эта зависимость называется законом Гейгера – Нетолла. Следует подчеркнуть, что константы  $A$  и  $B$  имеют постоянное значение для каждого из радиоактивных семейств. Объяснение первой из перечисленных закономерностей можно получить, используя капельную модель и представление о виде потенциала взаимодействия  $\alpha$ -частицы с ядром

Энергетическое условие  $\alpha$ -распада ядра имеет вид:  $M(A, Z) > M(A - 4, Z - 2) + m_\alpha$ . Подстановка этого условия в формулу Вайцеккера (1.1) дает, что для ядер с  $Z > 60$   $\alpha$ -распад энергетически возможен. Однако для всех ядер с  $Z < 83$  уровень энергии  $\alpha$ -частицы находится слишком низко (см. рис 1), поэтому  $\alpha$ -распад ядра экспериментально не наблюдается.

## Механизм альфа-распада ядер.

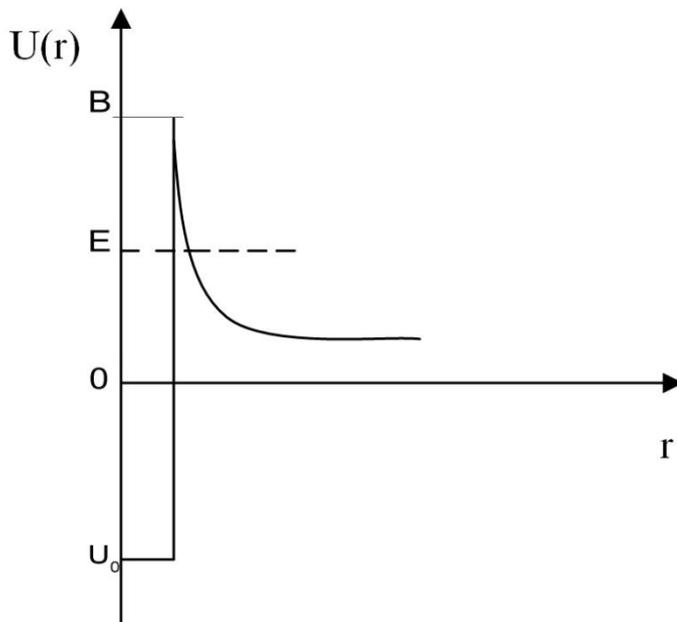
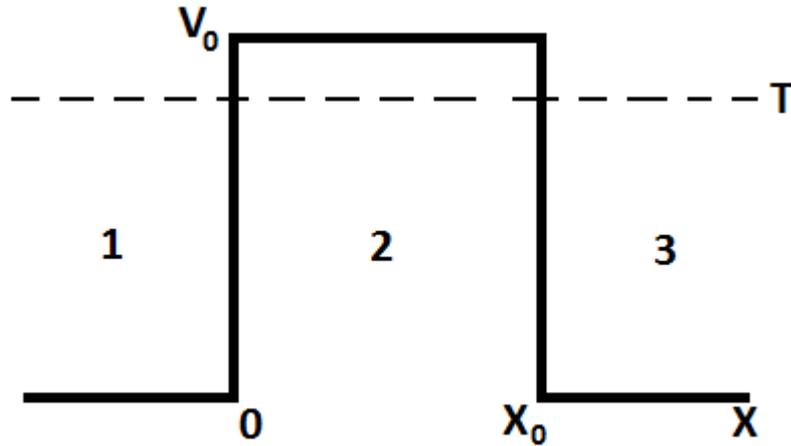


Рис.1 Зависимость потенциала взаимодействия  $\alpha$ -частицы с ядром от расстояния. Штриховой линией показано положение уровня энергии  $\alpha$ -частицы, где:  $U_0$  – максимальное значение потенциальной энергии притяжения (по модулю).

На рис. 1 прямоугольная яма моделирует короткодействующий потенциал ядерного взаимодействия, гипербола при больших значениях расстояния  $r$  кулоновский потенциал отталкивания. Если штриховая линия, изображающая уровень энергии  $\alpha$ -частицы в ядре имеет отрицательную ординату, то ни при каких значениях расстояния от ядра  $\alpha$ -частица не имеет возможности его покинуть и перейти в область инфинитного движения, т.е. не будет иметь возможности удалиться от ядра на бесконечность. В противном случае такая возможность есть, причем вероятность перехода в область инфинитного движения тем больше, чем больше энергия  $\alpha$ -частицы. Задача о подбарьерном переходе альфа-частицы решается на основании известных правил квантовой механики. Сначала удобно решить задачу

проникновения альфа-частицы через прямоугольный барьер, вид которого приводится на рис.2



Потенциал  $V$  имеет следующий вид:

$$V=0 \text{ при } x<0 \text{ и } x>x_0$$

$$V=V_0 \text{ при } 0 \leq x \leq x_0$$

Частица массы  $m$  налетает на барьер слева, причем её кинетическая энергия  $T < V_0$ . Задача состоит в том, чтобы найти вероятность её проникновения через потенциальный барьер.

Уравнение Шредингера для определения волновой функции для частицы выглядит известным образом:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0 \quad (1)$$

$\psi$  - волновая функция координат (условно  $x, y, z$ ),  $E$  - полная энергия частицы,  $V$  - потенциальная энергия частицы. Так как в ядре нет выделенного направления для вылета альфа-частиц и его форма близка к сферической, то достаточно решить уравнение Шредингера для одной из координат, решения для двух других выглядит аналогично. Поэтому решаем одномерную задачу для координаты  $x$ , то есть уравнение Шредингера имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0 \quad (2)$$

У нас есть три разных области, в которых предстоит решить уравнение Шредингера, а потом провести сшивку решений на границе, исходя из необходимости непрерывности самой волновой функции и её первой производной.

В области 1 уравнение выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0 \quad (V=0, T=E) \quad (3)$$

В области 2 имеет вид

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0 \quad (V > E) \quad (4)$$

В области 3 вид уравнения аналогичен области 1, то есть

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0 \quad (V=0, T=E) \quad (3)$$

Решение уравнения в областях 1 и 3 ищется в виде  $\psi(x) \sim \exp(ikx)$ , а в области 2 соответственно в виде  $\psi(x) \sim \exp(kx)$ . В обоих случаях  $k$  - действительное число. Вид характеристического уравнения для областей 1 и 3 имеет вид

$$-k^2 + \frac{2mE}{\hbar^2} = 0 \quad \text{и тогда} \quad k = \pm \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \quad (4)$$

Окончательно вид решения уравнения Шредингера в области 1 приобретает вид:

$$\psi_1(x) = A \exp\left[\frac{ix\sqrt{2mE}}{\hbar}\right] + B \exp\left[-\frac{ix\sqrt{2mE}}{\hbar}\right] \quad (5)$$

Первое слагаемое (будем обозначать его  $\psi_1^A$ ) в формуле (5) описывает падающую на барьер волну, а второе слагаемое ( $\psi_1^B$ ) отраженную волну от барьера при  $x=x_0$ .

Для третьей области получаем аналогичное решение в виде

$$\psi_3(x) = a \exp\left[\frac{ix\sqrt{2mE}}{\hbar}\right] + b \exp\left[-\frac{ix\sqrt{2mE}}{\hbar}\right] \quad (6)$$

Однако в третьей области частиц, движущихся справа налево нет (поток падает на барьер только слева), поэтому величина  $b=0$ .

В области 2 наблюдается иная ситуация. Здесь вид характеристического уравнения

$$-k^2 + \frac{2m(V-E)}{h^2} = 0 \quad \text{и} \quad k = \pm \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{h} \quad (7)$$

а вид решения уравнения Шредингера следующий:

$$\psi_2(x) = \alpha \exp\left[\frac{x\sqrt{2m(V-E)}}{h}\right] + \beta \exp\left[-\frac{x\sqrt{2m(V-E)}}{h}\right] \quad (8)$$

Коэффициент проницаемости барьера  $D$  (то есть доля частиц, прошедших из области 1 в область 3) равен отношению плотностей потоков вероятности для прошедшей и падающей волны, то есть

$$D = \frac{v_3 |\psi_3|^2}{v_1 |\psi_1^A|^2} \quad (9)$$

В формуле (9) величины  $v_1$  и  $v_3$  - скорости частиц в областях 1 и 3, а так как при подбарьерном туннелировании потерь энергии не происходит, то и  $v_1 = v_3$ .

Коэффициент  $A$ , который характеризует падающую волну выбирается произвольно, и здесь удобно использовать так называемую нормировку на одну частицу, то есть  $A=1$ . Остальные коэффициенты находим, как уже упоминалось, из условий непрерывности волновой функции и её первой производной, то есть

$$\psi_1'(0) = \psi_2'(0) \quad \psi_1(0) = \psi_2(0) \quad \psi_2'(x_0) = \psi_3'(x_0) \quad \psi_2(x_0) = \psi_3(x_0) \quad (10)$$

Решение уравнений (10) и подстановка полученных результатов в (9) дают возможность вычислить вид  $D$

$$D = \exp\left[-\frac{2}{h} \sqrt{2m(V-E)} x_0\right] \quad (11)$$

Теперь предстоит обобщить полученный результат на барьер произвольной формы. Принцип перехода к барьеру произвольной формы заключается в том, что сам барьер разбивается на элементарные прямоугольники со стороной  $dx$ , а потом проводится интегрирование в пределах от точки, когда частица вступает в соприкосновение с барьером до точки, когда кинетическая энергия частицы становится больше величины потенциального барьера, что в трехмерном случае выглядит следующим образом

$$D = \exp \left\{ -\frac{2}{h} \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{2m(V(r) - E)} dr \right\} \quad (12)$$

Вид потенциального барьера в нашем случае достаточно прост, так как речь идёт именно о кулоновском взаимодействии между альфа-частицей и дочерним ядром. Здесь мы делаем некое дополнительное допущение, считая, что внутри ядра, испытывающего альфа-распад альфа-частица существует всегда. Современная теория ядерного вещества и кластерная модель ядер утверждают, что для чётно-чётно ядер это верно, для других типов ядер вероятность существования структуры типа альфа-частицы внутри ядра не равно 100% в каждый момент времени, но не сильно отличается от него. Так как целью лабораторной работы является именно оценка периода полураспада альфа-радиоактивного ядра, то будем считать это утверждение верным во всех случаях. Для альфа-частицы  $z=2$ , заряд дочернего ядра  $Z$ . И в общем виде формула определяющая значение проницаемости потенциального барьера выглядит следующим образом:

$$D = \exp \left\{ -\frac{2}{h} \int_R^{r_T} \sqrt{2m \left( \frac{Zze^2}{r} - E \right)} dr \right\} \quad (13)$$

В формуле (13)  $E=T$  - кинетическая энергия альфа-частицы,  $R$  - радиус ядра (его можно оценить по известному соотношению  $R=r_0A^{1/3}$ , где  $A$  - масса ядра в атомных единицах массы, а  $r_0$  - радиус протона/нейтрона, который будет приведен далее),  $r_T=Zze^2/T$  (Это реализация условия  $V_{\text{кул}}(r_T)=T$ , а  $m$  - масса альфа-частицы. На самом деле более правильным было бы в формуле (13) использовать значение приведенной массы  $\mu = \frac{m_\alpha M_\text{я}}{M_\text{я} + m_\alpha}$  но так как масса ядра намного больше массы альфа-частицы, то можно в нашем приближении считать, что  $\mu = m_\alpha$ ).

После выполнения интегрирования полученный результат удобно записать в следующей форме:

$$D = \exp(-2g\gamma) \quad (14)$$

В формуле (14) использованы следующие обозначения:

$$g = \frac{R}{\lambda_B} \quad \gamma = \sqrt{\frac{B}{T}} \arccos\left(\sqrt{\frac{T}{B}}\right) - \sqrt{1 - \frac{T}{B}} \quad B = Zze^2 / R \quad \lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2mB}} \quad (15)$$

Значение величины  $\lambda_T \approx \frac{4.5}{\sqrt{T}} 10^{-13}$  (см).

Для нахождения постоянной распада (обозначим её тоже  $\lambda$ ) необходимо найти количество ударов альфа-частиц о барьер изнутри ядра в единицу времени. Так как альфа-частица не является релятивистской, то скорость движения, связана с её кинетической энергией как  $v = \sqrt{\frac{2T}{m_\alpha}}$ , а частота соударений альфа частицы с барьером соответственно выражается как  $\nu = v/2R$ , и окончательно частота соударений альфа-частицы с барьером выражается следующей формулой

$$\nu = \sqrt{\frac{T}{2m_\alpha R^2}} \quad (16)$$

Тогда окончательно получаем, что для постоянной распада формула выглядит следующим образом:

$$\lambda = \nu \exp\{-2g\gamma\} \quad (17)$$

Вычислить период полураспада в данном случае уже очень просто  $T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$ . Величина  $r_0 \cong (1.20 \pm 0.05) \times 10^{-13}$  см.

## **ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ И ОБРАБОТКА ПОЛУЧЕННЫХ ДАННЫХ**

Измерение энергии альфа-частицы от радиоизотопа производится при помощи спектрометра, основанного на алмазном детекторе, который расположен на известном расстоянии от источника альфа-частиц. Проблема заключается в том, что часть энергии альфа-частицы теряют при движении от источника к детектору в воздухе на ионизационное торможение и для правильно определения энергии альфа-частиц, вылетающих из источника, это торможение предстоит учесть. Из литературных данных известно, что пробеги альфа-частиц в воздухе зависят от их первоначальной энергии. В таблице 1 приведены некоторые данные

Таблица 1. Пробег альфа-частиц в различных веществах в зависимости от энергии  $E_\alpha$

Вещество	$E_\alpha$ , МэВ						
	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
Воздух, см	2.5	3.5	4.6	5.9	7.4	8.9	10.6
Al, мкм	16	23	30	38	48	58	69
Биологическая ткань, мкм	31	43	56	72	91	110	130

Кривая потерь энергии альфа-частиц в зависимости от пройденного в воздухе расстояния из литературных данных выглядит следующим образом (Рис.3)

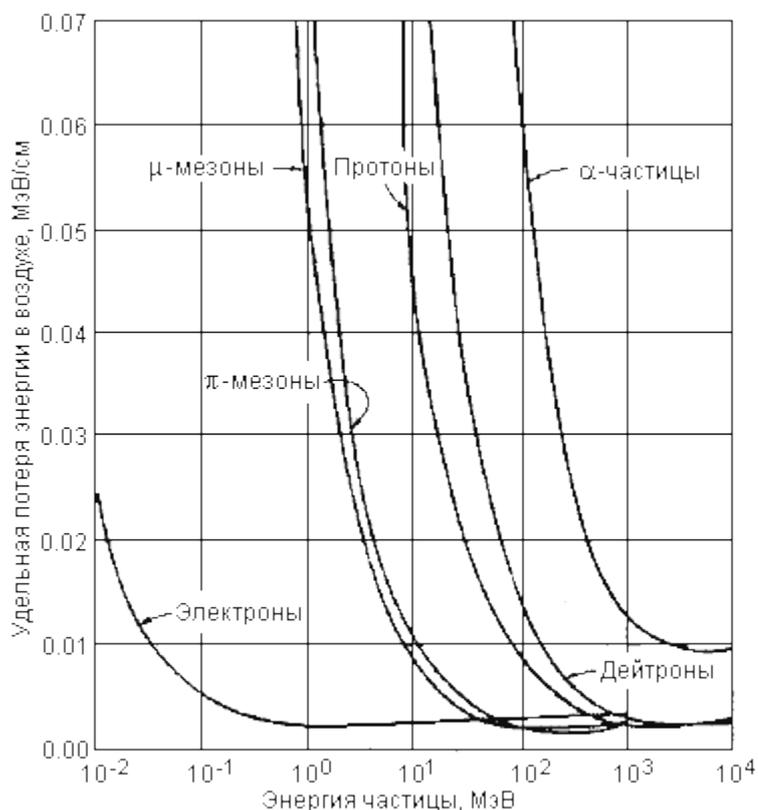


Рис. 3. Зависимость удельной потери энергии в воздухе от энергии частицы для нескольких типов частиц

1. В нашей работе расстояние между источником и алмазным детектором будет составлять  $5 \pm 1$  мм, энергия альфа-частицы в диапазоне между 5 и 6 Мегаэлектронвольт, поэтому первым действием предстоит оценить величину

уменьшения энергии альфа-частиц к моменту попадания в детектор за счет прохождения указанного слоя воздуха из приведенной кривой Брэгга.

2. Перед проведением измерений энергии альфа-частиц предстоит провести измерение радиационного фона в лабораторном помещении. Полное измерение спектра фона производится один раз на протяжении 600 секунд. Полученный спектр заносится в память компьютера

3. С помощью преподавателя или инженера производится измерение спектра альфа-частиц спектрометрическим трактом в течение 300 секунд. Спектр имеет линейчатый характер и необходимо выделить пик, соответствующий наибольшей энергии альфа-частиц. Измерение проводится дважды после чего спектры суммируются и из полученного суммарного спектра вычитается фоновый спектр. Полученный спектр называется "итоговый"

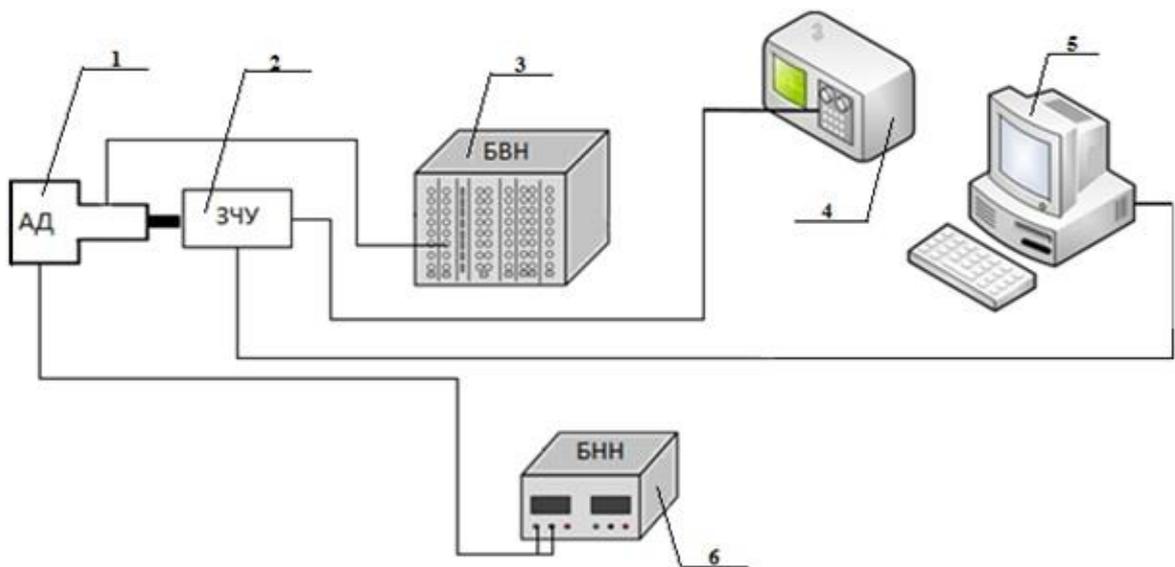
4. Из вида "итогового" спектра определяется энергия альфа-частицы  $T$  (соответствует максимуму соответствующего пика на спектре), а также экспериментальная погрешность её измерения  $\Delta T$  с учетом уменьшения энергии альфа-частиц при прохождении через воздух (см п.1). При определении погрешности измерения энергии  $\Delta T$  учитывается как приборная, так и статистическая погрешность.

5. Используя формулы (14)-(17) вычисляется величина  $T_{1/2}$  и погрешность её определения. Результат сравнивается с табличным для используемого радионуклида\*

\*Примечание. С учетом того, что в лабораторной работе проводится оценка периода полураспада альфа-радиоактивного изотопа, то погрешности величин  $m_\alpha$ , элементарного электрического заряда  $e$ , массы дочернего ядра  $M$ , можно считать несущественными и пользоваться литературными данными.

## ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

На рис. 5 показана схема экспериментальной установки.



**Рис. 5.** Схема экспериментальной установки. (1) – алмазный детектор, (2) – зарядо-чувствительный усилитель, (3) – блок высокого напряжения, (4) – осциллограф, (5) – компьютер, (6) – блок низкого напряжения.

Источник ионизирующего излучения располагается на расстоянии не более 5 мм от детектора (1). Напряжение смещения подается с помощью высоковольтного источника (3). Питание зарядочувствительного усилителя осуществляется с помощью низковольтного источника напряжения (6). Выходной сигнал с детектора поступает на цифровой осциллограф, а также на спектрометрический анализатор SBS-77 фирмы «Гринстар», который располагается на персональном компьютере. С помощью программного обеспечения сигнал обрабатывается и выдается конечный результат, в виде спектра. На рисунке 6 представлен внешний вид экспериментальной установки.



Рис.6 Внешний вид экспериментальной установки

В рамках проведения данной работы используются серийные спектрометрические алмазные детекторы модели АДИИ-1. Детекторы данной модели предназначены для регистрации  $\alpha$ -,  $\beta$ -, и  $\gamma$ -излучения. Детекторы изготовлены фирмой ООО «ПТЦ «УралАлмазИнвест». На рисунке 7 представлен внешний вид детекторов модели АДИИ-1.

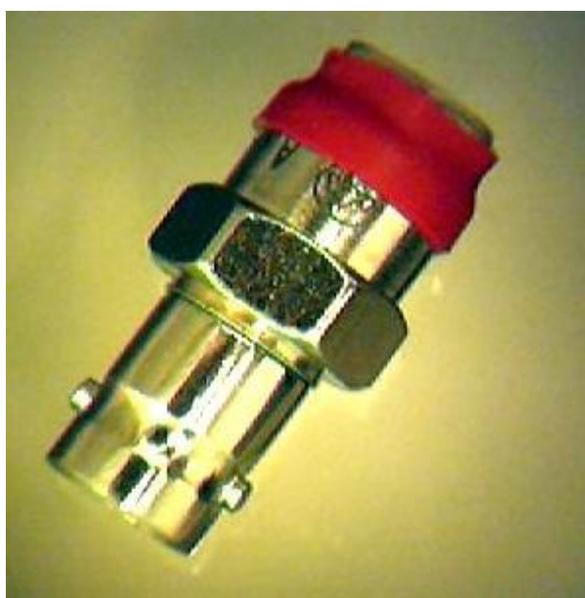


Рис.7 Внешний вид детекторов модели АДИИ-1

Детекторы модели АДИИ-1 представляют собой спектрометрические алмазные детекторы, с толщиной чувствительного элемента 0,3 мм и разрешением по  $\alpha$  частицам с энергией 5,5 МэВ не более 5%, кристаллы

данных детекторов изготавливаются как из природных алмазов так и из искусственных алмазов, выращенных в лаборатории группы «DeBeers».

Сигналы с детектора поступают на вход платы анализатора импульсов (SBS-77), установленной в персональном компьютере. Данный анализатор импульсов представляет собой устройство, позволяющее разделять поступающие на него импульсы по их амплитуде. Для наглядного представления анализатор импульсов можно изобразить в качестве шкалы с пустыми пронумерованными ячейками (1,2,3...n). Каждой из этих ячеек соответствуют импульсы разной амплитуды, поступающие с детектора. В первую ячейку попадают импульсы с самой маленькой амплитудой, и далее при увеличении номера ячейки, увеличивается и амплитуда импульсов, которые могут в неё попасть. Амплитуда импульсов, поступающих от детектора, в свою очередь, зависит от энергии частиц, которые в детектор попадают. Чем большую энергию частица потеряет в детекторе, тем больше будет амплитуда импульса на выходе из детектора. Таким образом, производится запись *аппаратурного спектра* излучения. Аппаратурный спектр излучения – распределение числа зарегистрированных импульсов в зависимости от их энергии. Связь номера ячейки, или номера канала спектрометра с энергией частицы, вызвавшей образование импульса, попавшего в данный канал, выражается так называемым калибровочным соотношением спектрометра. Обычно данное соотношение является линейной зависимостью номера энергии от номера канала.

$$\text{Energy} = a \cdot n + b$$

где Energy – энергия зарегистрированной частицы, n – номер канала спектрометра (номер ячейки, в которую попал импульс от регистрации частицы), (a, b) – коэффициенты линейной зависимости, устанавливаемые для каждого спектрометра экспериментальным путём.

Для работы с платой анализатора импульсов предназначена программа набора и обработки данных eSBS-7x. Данная программа позволяет визуализировать набираемые спектры и проводить их первичную обработку.

Низкое напряжение питания используется для работы зарядочувствительного усилителя. Высокое напряжение (не более 140 Вольт) подается через разъемы усилителя на детектор. В качестве источника высокого напряжения используется плата высоковольтного питания, установленная в кейт, который с помощью USB кабеля подключен к

персональному компьютеру. Плата высоковольтного питания управляется дистанционно с помощью программы, установленной на компьютер.

### **Последовательность набора и обработки спектров**

1. Убедиться в том, что источники высокого и низкого питания отключены;
2. Подключить алмазный детектор к зарядочувствительному усилителю (ЗЧУ);
3. Подключить выход зарядочувствительного усилителя ко входу платы анализатора импульсов (установлена в корпусе компьютера);
4. Подключить разъемы питания ЗЧУ к источникам низковольтного и высоковольтного питания;
5. Убедиться в том, что выходные каналы низковольтного источника питания работают в независимом режиме (на лицевой панели источника клавиши управления соответствуют режиму «independend»);
6. Убедившись в том, что ручки регулировки напряжения низковольтного источника повернуты в крайнее левое положение, включить источник питания;
7. Выставить напряжение по каждому каналу источника питания в размере 9 (девять) Вольт;
8. Включить крейт, в котором установлена плата высоковольтного питания;
9. Включить персональный компьютер, дождаться загрузки рабочего стола;
10. С помощью ярлыка на рабочем столе запустить программу управления высоковольтным источником питания («HV control»);
11. Используя интерфейс программы, подать на детектор, подключенный к ЗЧУ, напряжение в размере +110 Вольт;
12. С помощью ярлыка на рабочем столе запустить программу набора и обработки спектров eSBS-7x;
13. Отказаться от предложения поднять высокое напряжение. Нажать кнопку «настройки», со значком  на панели инструментов, в открывшемся окне выбрать команду «загрузить», после чего загрузить файл настроек с наименованием «настройки альфа алмаз», находящийся на рабочем столе;
14. Установить время автоматического завершения набора спектра, нажав кнопку со значком , и установив значение «по живому времени» 600 секунд;

15. Установить источник излучения в необходимое положение активной частью напротив входного окна детектора;

*Напоминание: при работе с источниками ионизирующего излучения запрещается подвергать их разрушающим воздействиям, брать незащищенными руками, подносить к глазам, забирать с собой или как-либо еще использовать не по назначению.*

16. Запустить набор спектра нажатием клавиши со значком  на панели инструментов программы. Должен начаться набор спектра излучения установленного источника. В случае, если набор спектра по каким-то причинам не начинается, обратитесь к преподавателю или инженеру, сопровождающему выполнение работы. По оси «икс» находятся каналы спектрометра, соответствующие различной амплитуде регистрируемых импульсов. По оси «игрек» находится число импульсов, попадающих в данные каналы. Впоследствии, используя калибровочное соотношение спектрометра, можно будет установить связь между номером канала спектрометра и энергией частиц, регистрируемых детектором;
17. Окончание набора спектра происходит автоматически по завершении установленного времени. Сохранить набранный спектр в папку «РЗ. Потери энергии альфа-частиц» на рабочем столе с помощью команды «Сохранить спектр» во вкладке «Файл». При сохранении выбрать формат файла с расширением «.spe».
18. Калибровочное соотношение спектрометра можно увидеть нажав на кнопку со значком  на панели инструментов программы. Откроется окно энергетической калибровки спектрометра, в котором и будет находиться калибровочное соотношение. Данное соотношение необходимо перезаписать себе.
19. Записанные спектры в формате .SPE можно открыть с помощью текстового редактора. На рисунке 8 показано, из чего состоит данный файл.

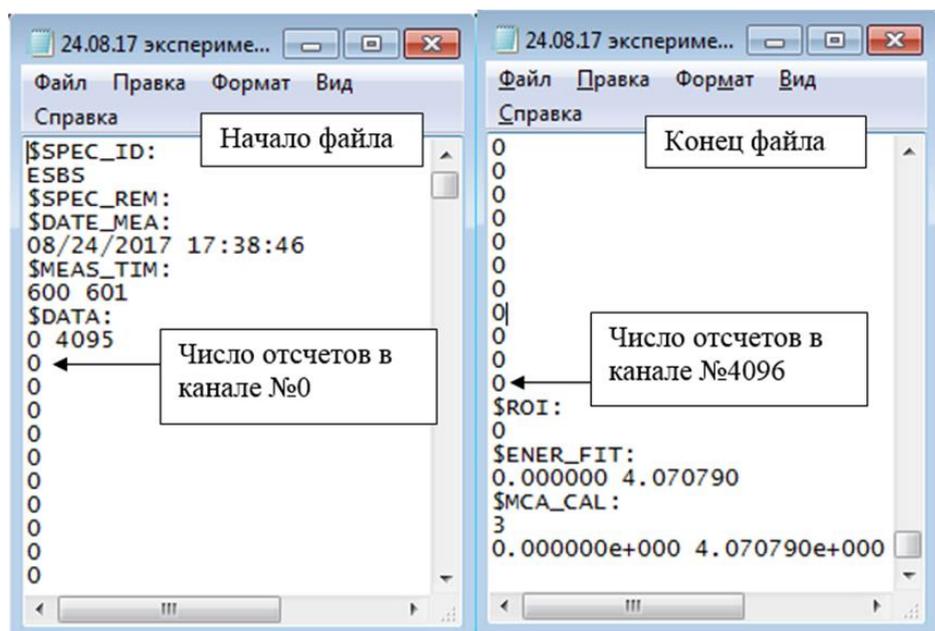


Рис.8. содержимое файла спектра в формате .SPE

В начале и конце файла находится блок справочных данных о характеристиках набранного спектра. Основной информацией является столбец цифр, число в каждой из строк является числом импульсов, попавших в канал, номер которого совпадает с номером строки. Нумерация каналов начинается с нуля. Используя эти данные можно построить набранный спектр в любой программе обработки данных (Mathcad, Excel, Origin и др.).

Используя известное калибровочное соотношение можно построить спектр в энергетических единицах, преобразовав значения номеров каналов спектрометра в численное значение энергии.

Построенные таким образом спектры в дальнейшем можно подвергать различным методам обработки (вычитание, сложение, нахождение энергии зарегистрированных частиц и т.д.).

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Каков механизм альфа-распада и почему этот вид радиоактивного распада характерен в основном для тяжелых ядер?
2. Почему спектр альфа-частиц имеет линейчатый (дискретный) вид?
3. В чем причина возникновения сопутствующего альфа-распаду гамма-излучения?

4. Для какого вида ядер (четно-четные, четно-нечетные, нечетно-четные или нечетно-нечетные) полученное таким методом значение периода полураспада будет наиболее близким к табличному и почему?
5. Как должно измениться получаемое значение периода полураспада альфа-радиоактивного нуклида, если попробовать учесть, что потенциальная яма в ядре имеет не прямоугольный характер, а её правый край от дна ямы до её верха несколько размыт?
6. Какую погрешность в полученный результат вносит неучет того факта, что ядро не является сферическим?